

A photograph of the HEC Montréal building at night. The building is a modern, multi-story structure with a glass facade and a blue-tinted upper section. The interior lights are on, and the building is illuminated by streetlights. The sky is a deep blue.

HEC MONTRÉAL

Modèles d'aide à la décision 4-600-04

Séance 11 Gestion de projets dans le cas déterministe

Plan

- 11.1 Introduction
- 11.2 Projet d'installation des circuits électriques
- 11.3 Construction du réseau
- 11.4 Considérations de temps
- 11.5 Cas déterministe : méthode CPM
- 11.6 Implantation de CPM dans Excel
- 11.7 Durée minimale par programmation linéaire
- 11.8 Compression de projet par programmation linéaire

11.1 Introduction

- But : simplifier la planification, la gestion et le contrôle de projet.
- On utilise les modèles de réseaux d'activités pour modéliser les projets respectant les conditions suivantes:
 - Projet est constitué d'un ensemble d'éléments de travail bien définis (activités);
 - Projet est terminé lorsque toutes les activités sont complétées;
 - Séquence requise dans le projet.

11.1 Introduction : histoire

- H. L. Gantt (1917) – *diagrammes de Gantt* pour le contrôle de la production.
- Dupont et Sperry-Rand (1957) – *Méthode du chemin critique (CPM)* pour l'arbitrage entre le coût et la durée des projets dans l'industrie chimique.
- Marine américaine (1958) - *Project Evaluation and Review Technique (PERT)* pour estimer la durée d'un projet de développement de missile.

11.2 Projet d'installation des circuits électriques

- Un entrepreneur en électricité veut remporter un appel d'offre pour l'installation des circuits électriques dans une tour au centre-ville de Montréal dont l'assureur exige la réinstallation complète du système électrique.
- Il réunit ses employés et leur demande toutes les activités requises (en ordre) et une estimation de leurs durées.

11.2 Projet d'installation des circuits électriques

Description de l'activité	Code	Prédécesseur(s) immédiats
Acheter de l'équipement et le transporter	A	
Enlever les anciennes installations	B	
Installer les câbles électriques	C	A, B
Installer les prises et autres composantes	D	C
Tests les circuits	E	D
Brancher le système	F	D

11.2 Questions importantes

- Estimer le temps requis pour compléter le projet (ou espéré).
- Identifier les goulots possibles et les activités qui peuvent être retardées.
- Estimer la probabilité de compléter le projet à temps.
- Affecter les ressources de façon optimale.
- Etc...

11.3 Construction du réseau

- Éléments importants :
 - Activité
 - Travail requis pour accomplir une tâche
 - Consomme des ressources ou du temps
 - On peut en identifier le début et la fin
 - Événement
 - Instant spécifique dans le temps
 - Ne consomme ni temps ni ressource
 - Relations de précédence
 - Entre activités
 - Sont la conséquence naturelle (et exclusive) de contraintes techniques

11.3 Construction du réseau

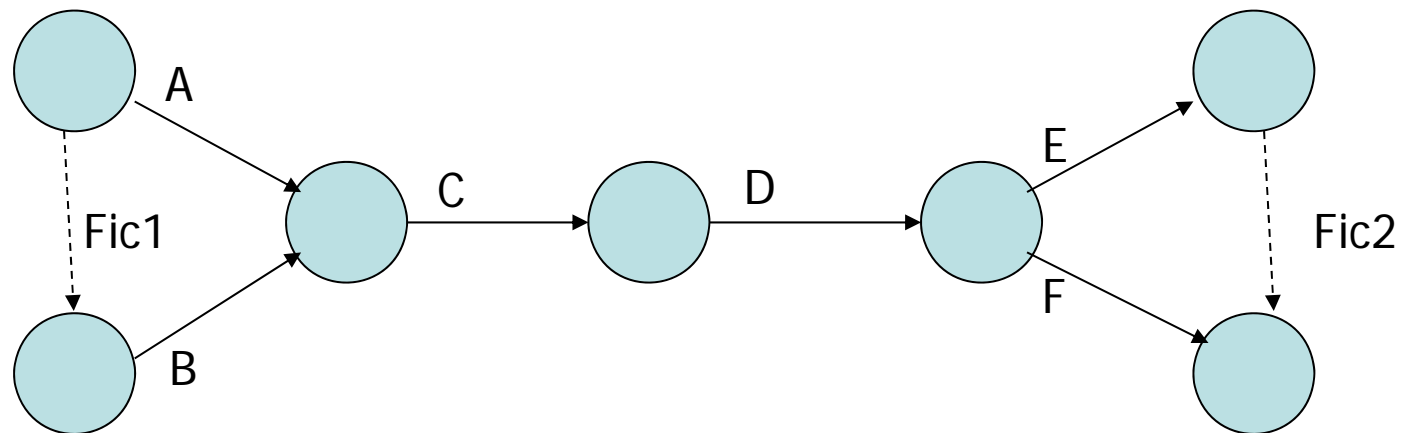
- Réseau dirigé (arcs) permettant de représenter les relations de précédence.
- Identifier le début et la fin du projet.
- Représenter correctement les relations de précédence.
- Trouver le bon niveau de détail.
- La redondance n'est pas nécessaire.

11.3.1 Activités sur les arcs

- Les noeuds sont des événements (début, fin).
- Les flèches peuvent être mises à l'échelle des durées.
- Des activités fictives sont parfois nécessaires pour éviter la création de fausses relations de précédence.

11.3.1 Activités sur les arcs

■ Projet d'installation des circuits électriques

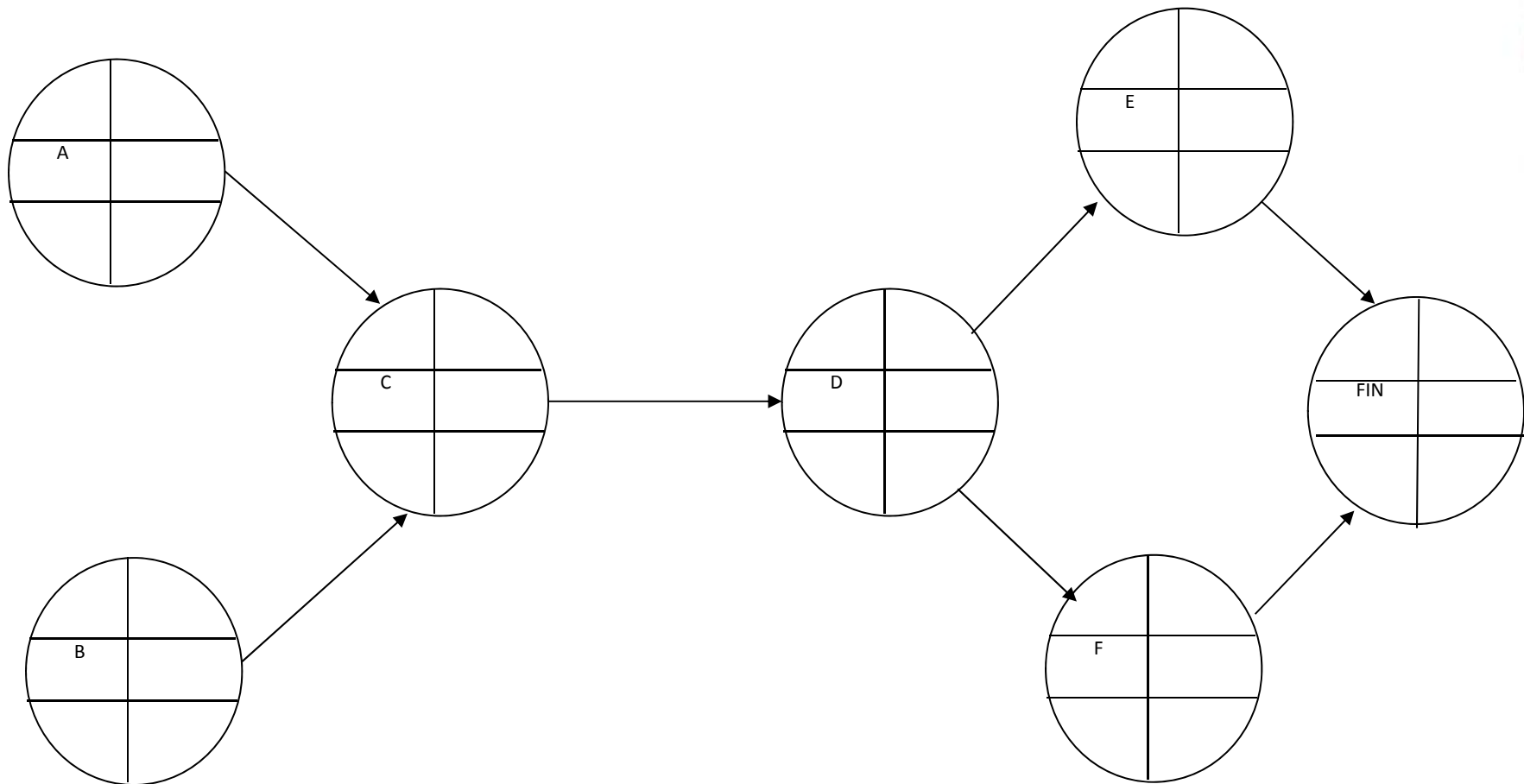


11.3.2 Activités sur les noeuds

- Les arcs représentent les relations de précedence.
- Ne nécessite pas d'activités fictives
- Représentation utilisée dans ce cours.

11.3.2 Activités sur les noeuds

■ Projet d'installation des circuits électriques



11.4 Considérations de temps

- Durée totale du projet.
- Calendrier d'activités.
- Calendrier d'utilisation des ressources.
- Estimation des durées des activités :
 - Opinion d'experts (comparaisons et extrapolations).
 - Niveau «normal» de ressources.
 - Il peut y avoir de l'incertitude dans l'évaluation des durées des activités (cas probabiliste) ou les durées peuvent être connues avec certitude (cas déterministe).

11.5 Cas déterministe

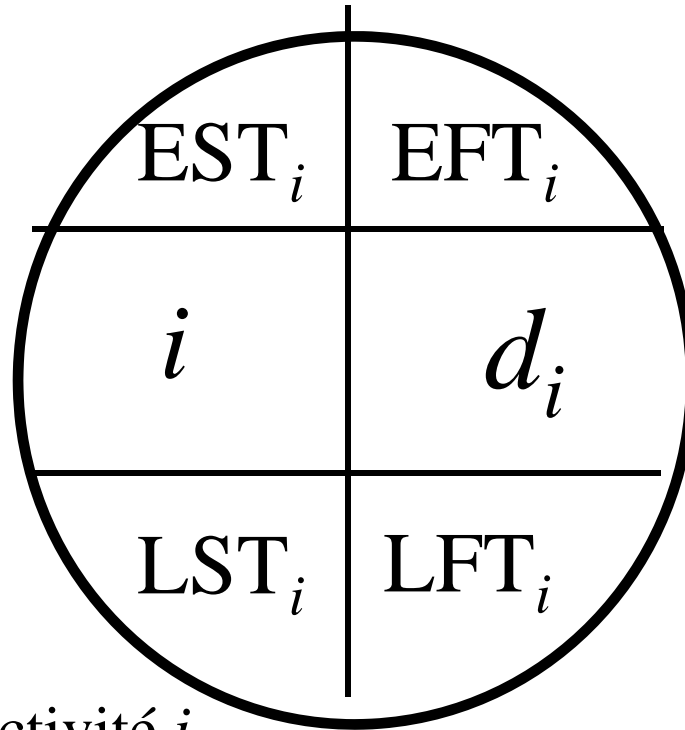
- Estimés précis des durées
- Pour le problème d'installation des circuits électriques :

Description de l'activité	Code	Prédécesseur(s) immédiats	Durée (en jours)
Acheter de l'équipement et le transporter	A		10
Enlever les anciennes installations	B		11
Installer les câbles électriques	C	A, B	15
Installer les prises et autres composantes	D	C	8
Tests les circuits	E	D	11
Brancher le système	F	D	10

11.5 Cas déterministe

- On utilise alors la méthode CPM :
 - **Calcul au plus tôt** : on “avance” dans le réseau pour déterminer les moments au plus tôt où chaque activité peut débuter et terminer.
 - **Calcul à rebours** : on “recule” dans le réseau pour déterminer les moments au plus tard où chaque activité peut débuter et terminer sans retarder la fin du projet.
 - Le chemin le plus long correspond au **chemin critique** dont la durée correspond au moment le plus tôt de la fin du projet.

11.5 Informations sur chaque nœud :



d_i = durée de l'activité i

EST_i = moment au plus tôt que l'activité i peut débiter

EFT_i = moment au plus tôt que l'activité i peut finir

LST_i = moment au plus tard que l'activité i peut débiter

LFT_i = moment au plus tard que l'activité i peut finir

11.5 Calcul des moments au plus tôt

- EST indique le moment au plus tôt où une activité peut débuter, i.e., moment au plus tôt où toutes les activités précédentes sont terminées.

EST = 0 pour l'activité initiale d'un projet.

Pour les autres activités :

$$EST_i = \max\{EFT_k / \text{activité } k \text{ précède immédiatement activité } i\}$$

- EFT indique le moment au plus tôt où une activité peut se terminer

$$EFT_i = EST_i + d_i \text{ pour toute activité } i$$

11.5 Calcul à rebours

- LFT indique le moment au plus tard où une activité peut se terminer sans retarder la fin du projet.

LFT = EFT pour la dernière activité d'un projet.

Pour les autres activités :

$LFT_i = \min\{LST_k / \text{activité } k \text{ succède immédiatement activité } i\}$

- LST indique le moment au plus tard où une activité peut débuter sans retarder la fin du projet

$LST_i = LFT_i - d_i$ pour toute activité i

11.5 Marge d'une activité

- La marge d'une activité représente le nombre maximal de périodes qu'on peut ajouter à la durée d'une activité sans retarder la fin du projet (en supposant que toutes les activités en aval débutent à leur moment le plus tôt).

$$\text{Marge}_i = \text{LST}_i - \text{EST}_i \text{ pour toute activité } i$$

11.5 Chemin critique

- Une activité est critique si sa marge nulle. Elle ne peut donc être retardée sans retarder la fin du projet.
- Un **chemin critique** possède trois propriétés :
 - 1) plus long chemin partant du début du projet et se terminant à la fin du projet
 - 2) chemin composé d'activités critiques
 - 3) chemin dont la longueur est égale à la durée minimale du projet

11.6 Gestion de projets dans Excel

11.6.1 Calcul des moments et des marges

- Le calcul des moments au plus tôt, des moments au plus tard et des marges peut être fait avec un chiffrier. Deux modèles proposés :
 - **Modèle personnalisé** (voir le fichier 4600-10.6-Installation_elec-Sol-vperso.xlsx pour un exemple). On utilise les fonctions min() et max() de Excel. Il faut par contre les adapter pour chaque problème en fonction des relations de précedence.


11.6 Gestion de projets dans Excel

11.6.1 Calcul des moments et des marges

- **Modèle standard** qui utilise des formules matricielles (array formulas) conjointement avec des références circulaires (circular references). Voir le fichier 4600-10.6-Installation_elec-Sol-vRag.xls pour *un exemple*.
- Pour le faire fonctionner, il faut activer le calcul itératif dans Excel (voir l'acétate 24)
- Pour traiter un nouveau projet, appliquer les étapes de l'acétate 25.

11.6 Gestion de projets dans Excel

11.6.1 Activer le calcul itératif dans Excel

- Pour s'assurer du bon fonctionnement du modèle standard, il faut activer le calcul itératif :
 - Dans Excel 2003 :
 - Choisir **Outils->Options**
 - Choisir l'onglet **calcul**.
 - Cocher l'option **itération** et appuyer sur 
 - Dans Excel 2007:
 - Cliquer sur le **bouton Microsoft Office** , puis sur **Options Excel**, puis sur la catégorie **Formules**.
 - Dans la section **Mode de calcul**, cocher **Activer le calcul itératif**.
 - Dans Excel 2010:
 - Cliquer sur l'onglet **Fichier**, sur **Options**, puis sur la catégorie **Formules**.
 - Dans la section **Mode de calcul**, cocher **Activer le calcul itératif**.

11.6 Gestion de projets dans Excel

11.6.1 Adapter le modèle standard pour un nouveau projet

Étape 1 : Faire une copie du fichier 4600-10.6-Installation_elec-Sol-vRag.xlsx.

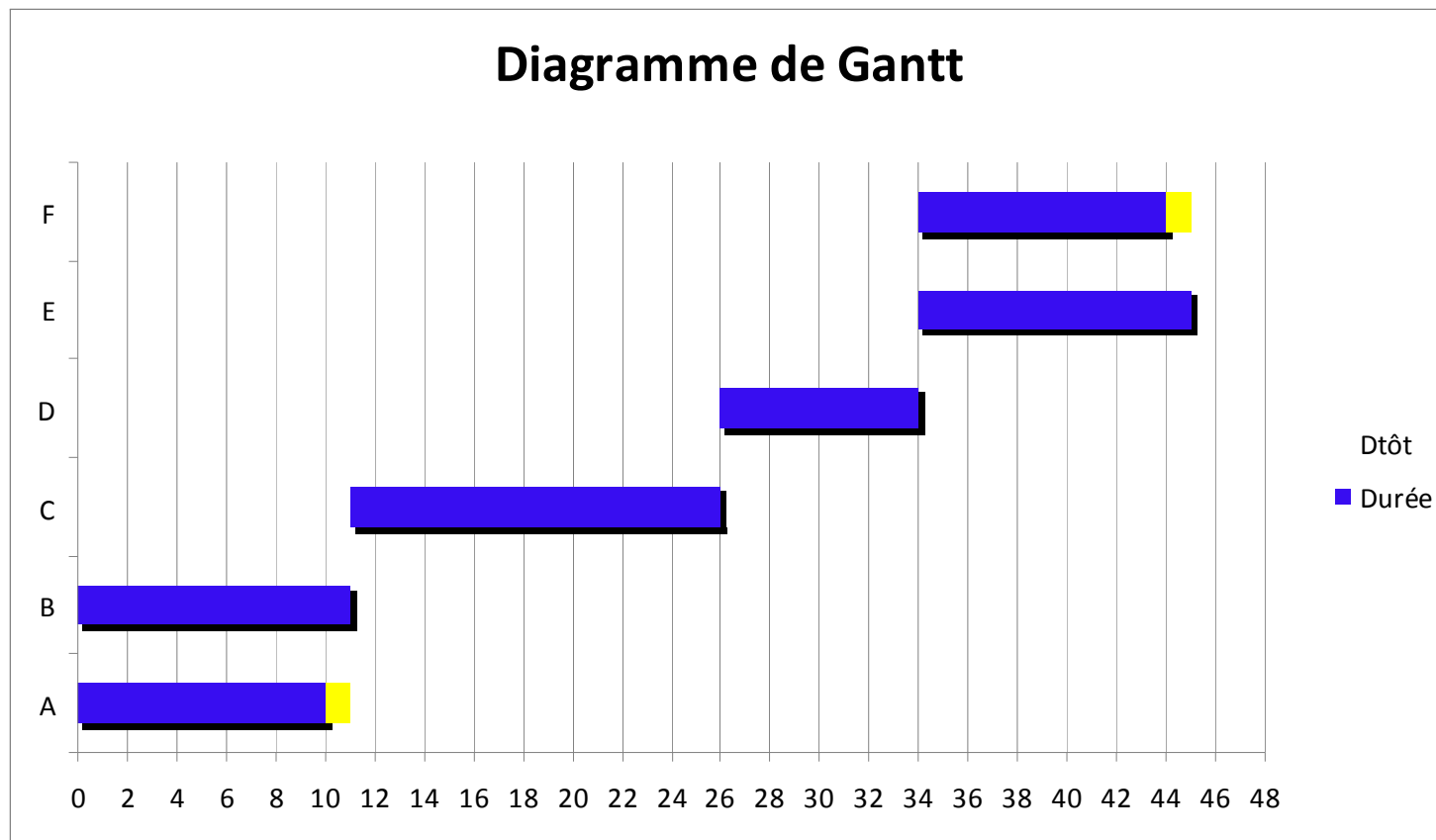
Étape 2 : Ouvrir la copie du fichier. Dans le cas où votre projet contient plus d'activités que l'exemple, appliquer les trois étapes suivantes :

- **Étape 2.1 :** ajouter le bon nombre de lignes vides (au milieu du tableau, pas aux extrémités).
- **Étape 2.2 :** copier les cellules D4 à I4 (formules EST, EFT, LST, LFT, Marge, Critique de la première ligne) dans les cellules des colonnes D à I des nouvelles lignes insérées à l'étape 2.1.
- **Étape 2.3 :** remplir adéquatement les trois premières colonnes décrivant chaque activité (nom de l'activité, préd. Imm. et durée).

Note : dans le cas où votre projet contient moins d'activités que l'exemple, remplacer les étapes 2.1 et 2.2 par la suppression des lignes en trop.

11.6 Gestion de projets dans Excel

- 11.6.2 Diagramme de Gantt



11.7 Durée minimale par programmation linéaire

- On peut déterminer le temps minimal d'un projet à l'aide d'un modèle linéaire.
- On cherche alors à trouver la solution à un problème de type min-max ou bien on cherche le plus long chemin dans un réseau acyclique (même principe que le plus court chemin vu à la séance 9).

11.7.1 Modèle linéaire de type min-max

Définition des variables

T_i = le moment où l'activité i débute

T_{FIN} = moment où se termine le projet

Définition des paramètres

d_i = la durée de l'activité i

Fonction-objectif

Minimiser T_{FIN}

11.7.1 Modèle linéaire de type min-max

Contraintes

□ On définit une contrainte pour chaque arc du réseau reliant l'activité i à l'activité j :

$$T_j \geq T_i + d_i$$

□ Non-négativité des variables

$$T_i, T_{\text{FIN}} \geq 0$$

11.7.1 Modèle linéaire pour l'exemple

- **Définition des variables :**

T_i = le moment où l'activité i débute ($i=A, B, \dots, F$)

T_{FIN} = moment où se termine le projet

- **Fonction-objectif :**

Min T_{FIN}

- **Contraintes :**

Contrainte relation de précédence

Lien(A,C) : $T_C \geq T_A + d_A$

Lien(B,C) : $T_C \geq T_B + d_B$

Lien(C,D) : $T_D \geq T_C + d_C$

Lien(D,E) : $T_E \geq T_D + d_D$

Lien(D,F) : $T_F \geq T_D + d_D$

Lien(E,FIN) : $T_{\text{FIN}} \geq T_E + d_E$

Lien(F,FIN) : $T_{\text{FIN}} \geq T_F + d_F$

Non-négativité $T_i \geq 0$

11.7.2 Plus long chemin dans un réseau

- On doit avoir un seul nœud pour le début du projet ($b_i = -1$, offre de 1) et un seul nœud pour la fin du projet ($b_i = 1$, demande de 1).
- Le coût d'un arc correspond à la durée de l'activité associée au nœud de départ de l'arc.
- On cherche alors à maximiser l'objectif.
- Voir le fichier Excel 4600-11.7.2-Installation_elec-PLC.xls

11.8 Compression de projet

- Il est souvent possible de compléter des activités plus rapidement en utilisant plus de ressources (meilleur équipement, meilleurs employés, temps supplémentaire, etc.).
- On peut vouloir identifier la façon optimale de compresser le projet dans le but de :
 - Terminer le projet plus rapidement
 - Reprendre un retard accumulé sur le retard de certaines activités critiques.

11.8 Compression de projet

- L'entrepreneur remporte l'appel d'offres grâce au temps trouvé. Il apprend ensuite qu'il pourrait obtenir un bonus de 10 000 \$ s'il réduit ce temps d'au moins 6 jours. Il décide alors de réunir à nouveau ses employés afin de déterminer le nombre de jours pouvant être retranchés à la durée de chaque activité ainsi que le coût de compression.

Code	Coût de compression (\$ par jour)	Compression maximale (en jours)
A	1 000	1
B	800	2
C	1 800	4
D	1 700	2
E	1 000	4
F	2 000	2

11.8 Compression de projet

- **Répondre aux deux questions suivantes:**
 - a. Quelle est la durée minimum du projet compressé?
 - b. Comment réduire la durée du projet d'au moins 6 jours tout en minimisant les coûts de compression.

11.8 Modèle linéaire pour la question a

- **Définition des variables :**

T_i = le moment où l'activité i débute ($i=A, B, \dots, F$)

T_{FIN} = moment où se termine le projet

C_i = le temps de compression de l'activité i ($i=A, B, \dots, F$)

- **Fonction-objectif :**

Min T_{FIN}

- **Contraintes :**

Contrainte relation de précédence

Lien(A,C) : $T_C \geq T_A + d_A - C_A$

Lien(B,C) : $T_C \geq T_B + d_B - C_B$

Lien(C,D) : $T_D \geq T_C + d_C - C_C$

Lien(D,E) : $T_E \geq T_D + d_D - C_D$

Lien(D,F) : $T_F \geq T_D + d_D - C_D$

Lien(E,FIN) : $T_Z \geq T_E + d_E - C_E$

Lien(F,FIN) : $T_Z \geq T_F + d_F - C_F$

11.8 Modèle linéaire pour la question a

- **Contraintes :**

Compression maximale

$$C_A \leq 1$$

$$C_B \leq 2$$

$$C_C \leq 4$$

$$C_D \leq 2$$

$$C_E \leq 4$$

$$C_F \leq 2$$

Non-négativité

$$T_i, C_i \geq 0$$

11.8 Compression : modèle linéaire général

Définition des variables

T_i = le moment où l'activité i débute

T_{FIN} = moment où se termine le projet

C_i = le temps de compression de l'activité i

Définition des paramètres

d_i = la durée normale de l'activité i

m_i = compression maximale de l'activité i

Fonction-objectif

Minimiser le moment de la fin du projet

Min T_{FIN}

11.8 Compression : modèle linéaire général

Contraintes

- On définit une contrainte pour chaque arc du réseau reliant l'activité i à l'activité j :

$$T_j \geq T_i + d_i - C_i$$

- Compression maximale

$$C_i \leq m_i$$

- Non-négativité des variables

$$T_i, C_i \geq 0, \text{ pour tout } i$$

11.8 Modèle linéaire pour la question b

- Question b : Pour minimiser les coûts d'accélération sous contrainte d'une compression minimale du projet, on modifie le modèle linéaire de la façon suivante :
 - Modifier l'objectif : Min coût total d'accélération
 - Ajouter une contrainte sur le moment de fin de la dernière activité
- Pour l'exemple, minimiser les coûts d'accélération de façon à ce que la durée du projet ne dépasse pas 39 jours.

11.8 Modèle linéaire pour la question b

- **Modifications au modèle de la question a :**

- **Fonction-objectif :**

$$\text{Min} \quad C_A + 0.8 C_B + 1.8 C_C + 1.7 C_D + C_E + 2C_F$$

- Contraintes : ajouter la contrainte suivante

$$T_{\text{FIN}} \leq 39$$